



LA LÓGICA FORMAL Y LOS SISTEMAS: DESDE ARISTÓTELES HASTA ZADEH

Dr. Carlos Aguirre

INTRODUCCIÓN

LÓGICA: La palabra “lógica” **tiene su origen en la voz griega *logiké* (“dotada de razón”)**, proveniente del término *logos*, que equivale a “palabra” o “pensamiento”. Sin embargo, **en el lenguaje cotidiano empleamos esta palabra como sinónimo de “sentido común”**. También se emplea como un sinónimo de “forma de pensar”

¿QUÉ ES LA LÓGICA?: La lógica es la ciencia del razonamiento. En general, se considera que la lógica tiene su origen en la filosofía y su aplicación en las matemáticas. Sin embargo, **se considera a la lógica como una ciencia independiente**, en tanto su origen se dio en paralelo al de la filosofía y no como una consecuencia directa de ella

Lógica Natural:

Disposición natural de los seres humanos para pensar de forma coherente.

Se interpreta la lógica como una reflexión filosófica que se preocupa por la formación del pensamiento, coherente, armonioso y profundo, alejado de interpretaciones diversas que originan confusiones dialécticas.

Lógica Matemática

Formal: Opera utilizando un lenguaje simbólico abstracto para representar la estructura básica de un sistema.

Lógica combinatoria, lógica de primer orden, lógica secuencial, lógica paraconsistente, lógica de programación, lógica cuántica y lógica difusa o borrosa

La lógica y sus inicios

PITÁGORAS,
SÓCRATES,,
PÁRMENEDIS Y
PLATÓN

ARISTÓTELES
La Lógica Clásica:

570-490 A.C. Pitágoras expresaba que el pensamiento lógico es una cualidad de los seres humanos, ya que todo el ejercicio comunicacional y las actuaciones están basados en la lógica, de manera consciente o no.

515-450 AC. Parménides afirma que “el ser es y el no ser no es” lo cual estableció una ley lógica denominada “el principio de identidad”, “el principio de no contradicción” y “el principio del tercero exclusivo”

470-399 A.C. La lógica de **Sócrates** se manifiesta principalmente en su **método socrático**, una forma de **dialéctica** o debate filosófico que busca la verdad a través de un **diálogo preguntas y respuestas**.

427-347 A.C. Platón veía la lógica como un sistema de razón inherente al universo y que permitía el verdadero conocimiento a través del razonamiento, en lugar de la percepción sensorial

384-322 A.C. Aristóteles, uno de los más excelsos filósofos de todos los tiempos, establece que el único ser vivo que tiene “logo” es el ser humano, ya que tiene la capacidad de pensar.

Se le considera el padre de la lógica, aunque en sus obras no usa dicho término; emplea estrategias que permiten direccionar correctamente las estructuras del pensamiento en sus distintas formas de pensar.

LA LÓGICA CLÁSICA: ARISTÓTELES (384-322 A.C.)

Aristoteles es el **tundador indiscutible** de la lógica. Su trabajo, recopilado en el **Organon** (instrumento), se centra en la lógica de términos, que permaneció como el sistema dominante durante más de dos milenios.

Silogismo: La contribución central es la teoría del **silogismo**, un tipo de razonamiento deductivo que consta de tres proposiciones (dos premisas y una conclusión) que permite inferir una conclusión a partir de las premisas. Un ejemplo clásico es:

"Todos los hombres son mortales (Premisa 1). Sócrates es un hombre (Premisa 2). Por lo tanto, Sócrates es mortal (Conclusión)."

Axiomas de la Lógica Clásica: Sentó las bases de la lógica bivalente (dos valores: verdadero o falso), que se rige por:

Principio de no contradicción: Una proposición no puede ser verdadera y falsa al mismo tiempo.

Principio del tercero excluido: Una proposición es verdadera o es falsa, no hay una tercera opción.

El principio de identidad: Establece que algo siempre es idéntico a sí mismo (A siempre es igual a A).

Desde la Edad Media al Siglo XIX: Evolución y Formalización

DESPUÉS DE ARISTÓTELES, LA LÓGICA EXPERIMENTÓ ALGÚN DESARROLLO A LO LARGO DE LOS SIGLOS, AUNQUE SU ESTRUCTURA BÁSICA SE MANTUVO, DESTACANDO LA LÓGICA ESTOICA CON SU FOCO EN LA LÓGICA PROPOSICIONAL (EN LUGAR DE LA DE TÉRMINOS).

Pedro Hispano: Siglo XIII.

Creó un importante manual de lógica que se utilizó en las universidades europeas desde el siglo XIII hasta el XVII (*Súmulas lógicas*)

Raimundo Lulio: Principio del siglo XIV.

Se dedicó a diseñar y construir una *máquina lógica*. De naturaleza mecánica, en ella las teorías, los sujetos y los predicados teológicos estaban organizados en figuras geométricas.

George Boole: Mitad del siglo XIX

- Establece los fundamentos de la aritmética computacional moderna
- Es considerado como uno de los fundadores del campo de las ciencias de la computación.
- Desarrolló un sistema de reglas que permiten expresar, manipular y simplificar problemas lógicos y filosóficos cuyos argumentos admiten dos estados (verdadero o falso) por procedimientos matemáticos.
- Se podría decir que es el padre de los operadores lógicos simbólicos, y que gracias a su álgebra hoy en día es posible realizar operaciones lógicas simbólicamente.

Gottlob Frege: Finales del siglo XIX.

Creador del álgebra de Boole. Un discípulo de Charles Sanders Peirce (1839-1914), Ideó un programa *manual* destinado a explicar los fundamentos lógicos y filosóficos de las matemáticas y del lenguaje natural. Estaba convencido de que las matemáticas y el lenguaje podían ser reducidos a la lógica.

El siglo XX y el desafío a la bivalencia: De un tercer valor de verdad a la polivalencia.

- Lógica Trivalente (1920)
- Tercer Valor: Indeterminado o Posible
- P (0,1/2,1)

Jan Lukasiewicz
1878-1956
Matemático-Polaco

Lotfy Zadeh

Ing. Eléctrico -
Azerbaiyano
1921-2017

- Lógica Polivalente - Lógica Difusa
- Conjunto Borroso (1965)
- Pensamiento humano - Etiquetas Lingüísticas.

- Mamdani - 1974: Primer controlador difuso.
- Takagi y Sugeno - 1987: Crean reglas difusas con datos de entrenamiento.
- Ronald Yager: Optimizó los operadores lógicos (Coniunción v Disyunción)

Seguidores de Lotfy Zadeh
Posterior a la década del 60

Lotfi A. Zadeh (1921-2017)

El desarrollo más radical de la lógica difusa se produce con la figura de Lotfi Zadeh, quien propuso una alternativa a la estricta dicotomía de verdadero/falso.

Teoría de Conjuntos Difusos (1965): Publicó su artículo fundamental que introduce los **conjuntos difusos** (fuzzy sets).

En un conjunto difuso, un elemento *perteneciente* a él no pertenece (100%), un elemento difuso permite una *pertenencia* parcial.

La evolución de la lógica

Lógica Difusa (Fuzzy logic): En 1973 propuso la Lógica Difusa como una extensión de la lógica clásica.

Manejo de la Incertidumbre: A diferencia de la lógica aristotélica (verdadero/falso), la lógica difusa permite manejar la **información imprecisa, incierta o parcialmente verdadera** (como el lenguaje humano: "alto", "caliente", "viejo").

Aplicaciones: Esta lógica tiene un impacto masivo en la ingeniería y la inteligencia artificial, permitiendo el desarrollo de sistemas de control inteligente para electrodomésticos, automóviles, diagnóstico médico, y más.

La evolución de la lógica es, en esencia, un movimiento desde el estudio del **razonamiento formal (deductivo)** de Aristóteles hasta la creación de un instrumento para el **razonamiento aproximado** y la gestión de la incertidumbre en sistemas complejos.

Comparación Clave de los Sistemas Lógicos

Una **comparación práctica** de la lógica aristotélica, booleana y difusa se centra en cómo cada una maneja el concepto de **Verdad** y, en consecuencia, cómo abordan la **imprecisión** o la **incertidumbre** en el mundo real.

La diferencia clave radica en la cantidad de valores de verdad que se permiten: dos, en las lógicas bivalentes (Aristóteles/Boole), o un número infinito de grados (Zadeh).

Característica	Lógica Aristotélica	Lógica Booleana (Clásica/Bivalente)	Lógica Difusa (Fuzzy Logic)
Foco	Silogismos y Lógica de Términos (Conceptos)	Lógica Proposicional y Matemática (Símbolos)	Lógica del Razonamiento Aproximado
Valores de Verdad	Dos: Verdadero (V) o Falso (F).	Dos: 1 (Verdadero) o 0 (Falso).	Infinitos Grados: Cualquier valor en el intervalo [0, 1].
Principio Central	Tercero Excluido: Una proposición es V o F, no hay otra opción.	Tercero Excluido / Bivalencia: Computación binaria.	Grados de Pertenencia: La verdad es una cuestión de grado.
Función	Demostrar la validez formal del razonamiento deductivo.	Base de la Computación Digital y la Teoría de Conjuntos Clásica.	Modelar la incertidumbre, vaguedad e imprecisión humana.
Ejemplo (Concepto)	"El agua está caliente."	El agua tiene 1 (sí está caliente) o 0 (no está caliente).	El agua está caliente con un grado de 0.8 (muy caliente) o 0.2 (apenas caliente).
Aplicación Práctica	Teoría de la argumentación, Filosofía.	Hardware de computadoras, álgebra de conjuntos.	Sistemas de Control Inteligente (lavadoras, aires acondicionados, auto-parking).

Ejemplo Práctico: El Termostato Inteligente

Lógica Aristotélica (Lógica de Términos / Silogismo)

Regla: Si la temperatura es (**ALTA** $\geq 25^{\circ}\text{C}$), entonces **ENCENDER** el enfriamiento.

Caso A: 24.9°C

Premisa 1: 24.9°C **NO** es ALTA.

Conclusión: **NO** se enciende el enfriamiento.

Caso B: 25.0°C

Premisa 1: 25.0°C **SÍ** es ALTA.

Conclusión: **SÍ** se enciende el enfriamiento.

CONCLUSIÓN

Un cambio minúsculo de 0.1°C (de 24.9°C a 25.0°C) provoca un cambio de estado radical de "APAGADO" a "ENCENDIDO" bruscamente, lo que genera ineficiencia.

Ejemplo Práctico: El Termostato Inteligente

Lógica Booleana (Lógica Bivalente / Computación)

La lógica booleana opera con puertas lógicas, donde las entradas y salidas son estrictamente 1 (Verdadero) o 0 (Falso).

Variable de entrada (Temperatura): $T > 25$ entonces $E = 1$ (Verdadero); $T \leq 25$ entonces $E = 0$ (Falso).

Variable de salida $E = 1$ (Encendido); $E = 0$ (Apagar).

Regla: SI ($T > 25$) ENTONCES ($E = 1$)

Problema: Un cambio minúsculo de 0.1°C (de 24.9°C a 25.0°C) provoca un cambio de estado radical de "APAGADO" a "ENCENDIDO" bruscamente, lo que genera oscilación e ineficiencia.

Temperatura (T)	$T > 25$ (Booleano)	Acción (E)
24.9°C	0 (Falso)	0 (APAGAR)
25.0°C	0 (Falso)	0 (APAGAR)
25.1°C	1 (Verdadero)	1 (ENCENDER)

Conclusión: Aunque usa un lenguaje matemático más formal, reproduce el mismo resultado **discreto y brusco** que la lógica aristotélica, siendo perfecta para interruptores (encendido/apagado) pero deficiente para control gradual.

Ejemplo Práctico: El Termostato Inteligente

Lógica Difusa (Fuzzy Logic)

La lógica difusa utiliza **grados de pertenencia** (para variables lingüísticas como "CALIENTE") y reglas graduales.

Conjuntos

Difusos: Una temperatura puede pertenecer *parcialmente* a varios conjuntos:
Muy Baja:($<10^{\circ}\text{C}$)
Baja:[10°C - 18°C)
Normal:[18°C - 25°C)
Alta: [25°C - 32°C)
Muy Alta:[$>=32^{\circ}\text{C}$)

Nivel de Enfriamiento:

Ligeramente
Moderado
Fuerte

Fuerza del Ventilador:

Bajo
Medio
Alto

Reglas

(Ejemplo):

SI

Temperatura= 24°C es Normal (siendo un valor extremo del conjunto NORMAL, se acerca a la temperatura Alta) ENTONCES Enfriamiento es **FUERTE** y Ventilador

Temperatura (T)	Pertenencia a "CALIENTE"	Acción de Enfriamiento (Salida)
25.1°C	0.5 (A mitad de camino)	Iniciar enfriamiento LIGERAMENTE .
26.5°C	0.8 (Muy caliente)	Aplicar enfriamiento MODERADO .
28.0°C	1.0 (Totalmente caliente)	Aplicar enfriamiento FUERTE .

Conclusión: El sistema responde al aumento de temperatura de forma **gradual y no lineal**, imitando el razonamiento humano ("Está un poco caliente, bajémosle un poco") y logrando un control suave y eficiente. La lógica difusa es la herramienta ideal para modelar la imprecisión en la información humana.

Técnica esencial para el uso de la lógica difusa.

1- Definición de los *Conjuntos Difusos*: Fronteras uniformes/Suaves.

2- Definición de las Variables Lingüística: Valores cualitativos y cuantitativos por cada conjunto difuso.

3- Distribución de posibilidades: Restricciones de cada variable al asociarla a un conjunto difuso.

4- Establecimiento de las reglas difusas (Si.. Entonces...): Formula lógica que generaliza una implicación.

Del Silogismo Clásico a la Incertidumbre Computacional Conclusiones Resaltantes

Aristóteles: Sentó las bases de la argumentación racional.

Boole: Proporcionó el **lenguaje formal** para la ciencia y la tecnología.

Zadeh: Permitió a los sistemas gestionar la **incertidumbre** y la **ambigüedad**.

¿Hacia donde vamos?
Aplicación de nuevos modelos lógicos, como la *Lógica Monotónica* y la *Lógica Cuántica*..



MUCHAS GRACIAS